



Universidad de Puerto Rico

Recinto de Río Piedras
Facultad de Ciencias Naturales
Departamento de Matemáticas
Programa Graduado



MATE 6540 – PRONTUARIO

Título del Curso

Introducción a la Topología

Codificación

MATE 6540

Número de Horas / Créditos

Tres (3) créditos.

Prerrequisitos

MATE 5201 (o su equivalente).

Descripción del Curso

Topología de la línea y el plano. Espacios topológicos abstractos. Subespacios. Topología relativa. Bases y sub-bases. Continuidad. Equivalencia topológica. Espacios métricos. Topología producto. Espacios cocientes. Axiomas de separación. Espacios de Hausdorff. Espacios compactos. Espacios conexos. Espacios métricos completos. Espacios de funciones.

| | |
|----------------------------------|---|
| Fecha de Vigencia: | SEGUNDO SEMESTRE DEL AÑO ACADÉMICO 2022-2023 |
| Salón y Horario: | MATE 6540 – Sección 0U1 LW 0100PM-0220PM SALÓN C-210 (CNL) http://icardona.org |
| Información del Profesor: | Iván Cardona Torres Oficina A-117 (CNL) Phone: (787) 764-0000 x 88271 e-mail: ivan.cardona1@upr.edu |
| Horas de Oficina: | LW 1030AM-1130AM MJ 0800AM-0900AM MJ 1000AM-1100AM |

Objetivos del Curso

De haber completado exitosamente este curso el estudiante:

- entenderá los conceptos básicos de espacios topológicos, base para una topología, conjuntos abiertos, conjuntos cerrados, puntos límites, funciones continuas y homeomorfismos;
- conocerá y podrá dar ejemplos de las topologías: Producto, Relativa, Métrica y Cociente;
- conocerá el contenido y podrá reproducir las demostraciones de teoremas clásicos como: El Teorema del Valor Intermedio, El Teorema de Tychonoff y El Lema de Urysohn;
- entenderá y podrá dar ejemplos de las diversas invariantes topológicas como: conexidad, compacidad, los axiomas de denumerabilidad y los axiomas de separación;
- estará en posición de extender sus conocimientos en Topología en cursos más avanzados;

Contenido Temático

Bosquejo del contenido y Distribución del Tiempo

Basado en un semestre típico de 15 semanas.

| Tema | Tiempo |
|--|-------------------|
| §1. Espacios métricos I | 1/2 semana |
| §2. Conjuntos abiertos en espacios métricos | 1/2 semana |
| §3. Espacios topológicos | 1/2 semana |
| §4. Base para una topología | 1/2 semana |
| §5. Comparación de topologías y subbases | 1/2 semana |
| §6. Axiomas de enumerabilidad | 1/2 semana |
| §7. Conjuntos cerrados y clausura | 1/2 semana |
| §8. Clausura e interior | 1/2 semana |
| §9. Espacios métricos II | 1/2 semana |
| §10. Convergencia | 1/2 semana |
| §11. Sucesiones de Cauchy y completitud | 1/2 semana |
| §12. Teorema de categoría de Baire | 1/2 semana |
| §13. Funciones continuas | 1/2 semana |
| §14. Funciones continuas | 1/2 semana |
| §15. Homeomorfismos | 1/2 semana |
| §16. Topología relativa | 1/2 semana |
| §17. Teorema del empaste | 1/2 semana |
| §18. Topologías inicial y final | 1/2 semana |
| §19. Topologías débil y producto | 1/2 semana |
| §20. Bases para las topologías producto y de cajas, Topología cociente | 1/2 semana |
| §21. Espacios cociente y la aplicación cociente | 1/2 semana |
| §22. Aplicación cociente y conexidad | 1/2 semana |
| §23. Conexidad | 1/2 semana |
| §24. Conexidad | 1/2 semana |
| §25. Subespacios conexos de los reales, teorema del valor intermedio | 1/2 semana |
| §26. Compacidad | 1/2 semana |
| §27. Compacidad, teorema de los valores extremos | 1/2 semana |
| §28. Topología de orden y compacidad en espacios métricos | 1/2 semana |
| §29. Compacidad enumerable y por puntos límites | 1/2 semana |
| §30. Compacidad sucesional y el teorema de Tychonoff | 1/2 semana |
| TOTAL | 15 semanas |

Técnicas Instruccionales

Las teorías cognoscitivas modernas divergen cada vez más de la idea que considera al conocimiento matemático como uno abstracto, contextualizable únicamente en términos del estudio matemático propiamente dicho y desvinculado de las prácticas sociales humanas.

De acuerdo a los puntos de vista de Philip Kitcher [The Nature of Mathematical Knowledge, Oxford University Press, 1983] según ampliadas por Paul Ernest [Working Group 8, Forms of Mathematical Knowledge, International Congress of Mathematics Education, Sevilla, España, 1996], hay varios tipos de conocimiento matemático entre los que figuran prominentemente el conocimiento “tácito” y el “explícito”. Los teoremas, las demostraciones, los problemas y las preguntas representan el conocimiento explícito, mientras que los puntos de vista “meta-matemáticos”, la simbología empleada en la codificación del conocimiento matemático, las técnicas o estrategias de abordaje de problemas matemáticos y la “estética” matemática son ejemplos de conocimiento “tácito”. En el quehacer matemático se valúa en progresiva ascendencia el conocimiento explícito, el tácito y finalmente el conocimiento matemático “justificante”, el cual lleva a la confección de demostraciones y al análisis crítico de las mismas.

Todo conocimiento matemático, de acuerdo a Ernest, esta basado en la **conversación** y en la **comunicación**. El adelanto y la extensión de las fronteras del conocimiento matemático depende de las conversaciones entre maestros y estudiantes quienes intentan hacer una transición grácil (cuando la misma es posible) del conocimiento matemático explícito al tácito y finalmente al justificante. Tal transición no siempre es fácil o expedita ya que la presentación formal de los resultados matemáticos (teoremas, demostraciones, etc.) muchas veces esconde la génesis del conocimiento matemático, y en ocasiones enturbia las consideraciones informales (referentes al conocimiento tácito) que pasaron a formalizarse en teorías matemáticas. El desarrollo de la capacidad para efectuar tal genesis progresiva del conocimiento matemático se logra mediante la comunicación constante del maestro doctoral, artesano por excelencia, con su estudiante, el aprendiz de artesano, quienes organizan su discurso o conversación en torno a problemas matemáticos interesantes que aglutinan coherentemente grandes áreas de conocimiento matemático y que sirven de marco para propiciar la transición del estudiante de matemáticas del conocimiento tácito al justificante.

Se entiende pues que los estudios en matemática se estructuran alrededor de grandes temas de estudio que permiten la interacción más flexible imaginable entre maestro y estudiante. Tal interacción debe permitir el examen de situaciones ejemplares que ilustren escenarios teóricos y que al mismo tiempo propicien el desarrollo de estructuras matemáticas abstractas. La concepción actual del estudio matemático se ha desplazado de aquella que representaba el mismo como uno jerarquizado a una que visualiza el avance del conocimiento como uno flexible e interconexo, el cual permite múltiples interacciones y técnicas provenientes de diversas áreas de la matemática.

Nuestros cursos están centrados en la interacción del maestro y el estudiante como colaboradores en la comprensión y solución de problemas por resolver de contenido matemático. Los métodos de enseñanza incluirán **conferencias**, **laboratorios** y, en ocasiones, los **trabajos de investigación** que caracterizan los estudios avanzados en una materia.

Este curso está programado para ofrecerse de manera **presencial**. Sin embargo, *de surgir alguna interrupción de las clases durante el semestre se continuarán ofreciendo las mismas utilizando la modalidad a distancia o en línea para cumplir con el prontuario*. Específicamente, de cambiar a una modalidad a distancia, **el curso se ofrecerá completamente en línea, mediante videoconferencias asincrónicas** equivalentes a cuarenta y cinco (45) horas contacto. Para impartir la clase, utilizaremos las siguientes herramientas tecnológicas

- Moodle
- BigBlueButton
- Google Classroom
- Google Meets
- Google Sites
- Google Forms
- Microsoft Teams
- WeBWork
- Página del Departamento de Matemáticas
- Página del Profesor
- YouTube
- Internet

Muchas de las herramientas arriba pueden ser encontradas en <https://enlinea.uprrp.edu/estudiantes/>.

Métodos alternos de enseñanza

La Certificación Núm 112 (2014-2015) de la Junta de Gobierno define un curso presencial como un curso en el cual 75% o más de las horas de instrucción requieren la presencia física del estudiante y el profesor en el salón de clases. Esto quiere decir que 25% de un curso presencial, pudiera ofrecerse sin requerir la presencia física de los estudiantes y el profesor en el salón de clases. En caso de ser necesario, este curso podrá completar hasta 25% de las horas contacto (11.25 horas) de forma no presencial por métodos alternos como, por ejemplo: Video-conferencias, módulos instruccionales, foros de discusión y cibercharlas entre otros. De ser así, se modificará el calendario/temario para incluir los temas que serán cubiertos por métodos alternos.

Recursos de Aprendizaje

Salón de clases y libro de texto.

Técnicas de Evaluación

Se evaluará a base de tareas, presentaciones en clase y exámenes.

Acomodo Razonable

La Universidad de Puerto Rico (UPR) reconoce el derecho que tienen los estudiantes con impedimentos a una educación post secundaria inclusiva, equitativa y comparable. Conforme a su política hacia los estudiantes con impedimentos, fundamentada en la legislación federal y estatal, todo estudiante cualificado con impedimentos, tiene derecho a la igual participación de aquellos servicios, programas y actividades que están disponibles de naturaleza física, mental o sensorial y que por ello se ha afectado, sustancialmente, una o más actividades principales de la vida como lo es su área de estudios post secundarios, tiene derecho a recibir acomodos o modificaciones razonables. De usted requerir acomodo o modificación razonable en este curso, debe notificarlo al profesor sobre el mismo, sin necesidad de divulgar su condición o diagnóstico. De manera simultánea, debe solicitar a la Oficina de Servicios a Estudiantes con Impedimentos (OSEI) de la unidad o Recinto, en forma expedita, su necesidad de modificación.

Integridad Académica

La Universidad de Puerto Rico promueve los más altos estándares de integridad académica y científica. El Artículo 6.2 del Reglamento General de Estudiantes de la UPR (Certificación Núm. 13, 2009-2010, de la Junta de Síndicos) establece que

“la deshonestidad académica incluye, pero no se limita a: acciones fraudulentas, la obtención de notas o grados académicos valiéndose de falsas o fraudulentas simulaciones, copiar total o parcialmente la labor académica de otra persona, plagiar total o parcialmente el trabajo de otra persona, copiar total o parcialmente las respuestas de otra persona a las preguntas de un examen, haciendo o consiguiendo que otro tome en su nombre cualquier prueba o examen oral o escrito, así como la ayuda o facilitación para que otra persona incurra en la referida conducta”.

Cualquiera de estas acciones estará sujeta a sanciones disciplinarias en conformidad con el procedimiento disciplinario establecido en el Reglamento General de Estudiantes de la UPR vigente. Para velar por la integridad y seguridad de los datos de los usuarios, todo curso híbrido, a distancia y en línea deberá ofrecerse mediante la plataforma institucional de gestión de aprendizaje o por herramientas requeridas por el curso, la cual utiliza protocolos seguros de conexión y autenticación. El sistema autentica la identidad del usuario utilizando el nombre de usuario y contraseña asignados en su cuenta institucional. El usuario es responsable de mantener segura, proteger, y no compartir su contraseña con otras personas.

Política Institucional contra el Hostigamiento sexual en la Universidad de Puerto Rico

La Universidad de Puerto Rico prohíbe el discrimen por razón de sexo y género en todas sus modalidades, incluyendo el hostigamiento sexual. Según la Política institucional contra el Hostigamiento Sexual en la Universidad de Puerto Rico, Certificación Núm. 130, 2014-2015 de la Junta de Gobierno, si un estudiante está siendo o fue afectado por conductas relacionadas a hostigamiento sexual, puede acudir ante la Oficina de la Procuraduría Estudiantil, el Decanato de Estudiantes o la Coordinadora de Cumplimiento con Título IX para orientación y/o presentar una queja.

Sistema de Calificación

A, B, C, D, F

Libro de Texto

C. W. Patty, "*Foundations of Topology*", Jones & Bartlet; 2nd edition (2010)
ISBN-13: 978-9380108117

Bibliografía

- C. O. Christenson, W.L. Voxman, "*Aspects of Topology*", Marcel Dekker Inc., 1998.
- J. L. Kelley, "*General Topology*", Springer, 1955.
- J. R. Munkres, "*Topology*", Prentice Hall, 1999.
- C. W. Patty, "*Foundations of Topology*", PWS-Kent, 1997
- H. Schubert, "*Topology*", Allyn and Bacon, 1968.

Referencias Electrónicas

- Página del Departamento de Matemáticas UPR Río Piedras: <http://math.uprrp.edu/>