



Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

**MaTE
3151**

Tercer Examen

6 de diciembre de 2019

Nombre:

No. de estudiante: _____ Profesor: _____ Sección: _____

Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (15 problemas) y otra de respuesta libre (6 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
2. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
3. NO SE PERMITE EL USO DE CELULARES.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (IPADS, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUPTIR A SUS COMPAÑEROS.

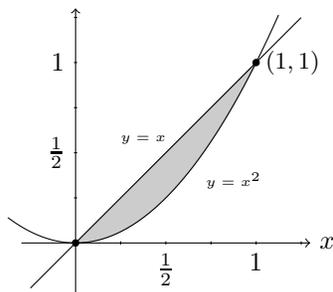
Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	12	
3	12	
4	9	
5	12	
6	23	
7	18	
8	24	
Total:	110	

Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) Encuentre el volumen del sólido que se obtiene al girar la región sombreada alrededor del eje- x .



- A. $\frac{2\pi}{15}$ C. $\frac{1}{15}$ E. Todas las anteriores.
 B. $\frac{2\pi}{5}$ D. $\frac{1}{6}$ F. Ninguna de las anteriores.

2. (3 puntos) Encuentre una antiderivada para la función $f(x) = -\frac{4}{x^3}$.

- A. $+\frac{4}{3x^2}$ D. $-\frac{12}{x^4}$
 B. $-\frac{2}{x^2}$ E. Todas las anteriores.
 C. $+\frac{2}{x^2}$ F. Ninguna de las anteriores.

3. (3 puntos) Evalúe la suma $\sum_{k=1}^{30} (k^2 + 7)$.

- A. 2870 D. 9665
 B. 3010 E. Todas las anteriores.
 C. 9455 F. Ninguna de las anteriores.

4. (3 puntos) Exprese la siguiente suma en notación sigma:

$$\frac{1}{1^2 + 1} - \frac{1}{2^2 + 1} + \frac{1}{3^2 + 1} - \frac{1}{4^2 + 1} + \frac{1}{5^2 + 1} - \frac{1}{6^2 + 1} + \frac{1}{7^2 + 1}.$$

- A. $\sum_{k=1}^7 (-1)^{k+1} \frac{1}{k^2 + 1}$ C. $\sum_{k=1}^7 \frac{1}{k^2 + 1}$ E. Todas las anteriores.
 B. $\sum_{k=1}^7 (-1)^k \frac{1}{k^2 + 1}$ D. $\sum_{k=1}^7 \frac{1}{k^2} + 1$ F. Ninguna de las anteriores.

5. (3 puntos) Dado que $y = \cos(7x)$. Encuentre y'' .

A. $y'' = -7 \cos(7x)$

B. $y'' = +7 \cos(7x)$

C. $y'' = -49 \cos(7x)$

D. $y'' = +49 \cos(7x)$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

6. (3 puntos) Suponga que g es continua sobre los números reales y que $\int_2^{100} g(x) dx = 70$ y que

$$\int_{40}^{100} g(x) dx = 29. \text{ Encuentre } \int_{40}^2 g(x) dx.$$

A. 41

C. -29

E. Todas las anteriores.

B. 29

D. -41

F. Ninguna de las anteriores.

7. (3 puntos) Exprese el límite a continuación como una integral definida:

$$\lim_{\|\mathcal{P}\| \rightarrow 0} \left(\sum_{k=1}^n \sqrt{f(c_k) + 1} \cdot \Delta x_k \right),$$

donde \mathcal{P} es una partición del intervalo $[a, b]$.

A. $\int_a^n \sqrt{f(x) + 1} dx$

C. $\int_a^b (f(x) + 1) dx$

E. Todas las anteriores.

B. $\int_a^b \sqrt{f(x) + 1} dx$

D. $\int_a^b \left(\frac{2}{3} (f(x) + 1)^{3/2} \right) dx$

F. Ninguna de las anteriores.

8. (3 puntos) Evalúe la integral utilizando la sustitución sugerida.

$$\int (1 + 2x)^{99} dx \quad ; \quad u = 1 + 2x.$$

A. $2(1 + 2x)^{100} + C$

D. $\frac{1}{2}(1 + 2x)^{100} + C$

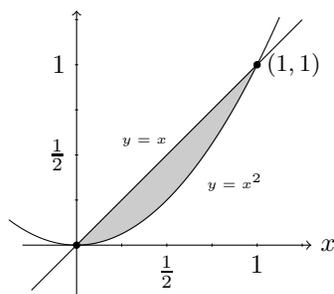
B. $\frac{1}{200}(1 + 2x)^{100} + C$

E. Todas las anteriores.

C. $\frac{1}{100}(1 + 2x)^{100} + C$

F. Ninguna de las anteriores.

9. (3 puntos) Encuentre el área de la región sombreada.



- A. $\frac{2\pi}{15}$
B. $\frac{2\pi}{5}$

- C. $\frac{1}{15}$
D. $\frac{1}{6}$

- E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

10. (3 puntos) Encuentre el área de la región acotada por el eje de x y la gráfica de $y = 4x + 1$ en el intervalo $[0, b]$.

- A. $2b^2 + 1$
B. $2b^2 + b$

- C. $4b + 1$
D. $4b$

- E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

11. (3 puntos) Evalúe la integral $\int_{\pi/6}^{\pi} 6 \cos(3x) dx$

- A. -3
B. $+3$

- C. -2
D. $+2$

- E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

12. (3 puntos) Evalúe la integral $\int (x^9 - \sqrt{x}) dx$.

A. $9x^8 - \frac{1}{2\sqrt{x}} + C$

B. $\frac{x^{10}}{10} - \sqrt{x} + C$

C. $\frac{x^{10}}{10} - \frac{1}{2\sqrt{x}} + C$

D. $\frac{x^{10}}{10} - \frac{2}{3}x^{3/2} + C$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

13. (3 puntos) Evalúe la integral $\int_{-1}^1 (t^2 + t)^2 dt$.

A. $-\frac{16}{15}$

B. $+\frac{16}{15}$

C. 0

D. $+\frac{2}{5}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

14. (3 puntos) Sea Ω la región acotada por las gráficas de

$$y = x^2; \quad y = \sqrt{x}.$$

Encuentre el área de Ω .

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{1}{5}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

15. (3 puntos) Dado que $y = xe^x - e^x$. Encuentre y' .

A. $y' = xe^x$

B. $y' = xe^x - 1$

C. $y' = xe^x - e^x$

D. $y' = \frac{x^2}{2}e^x$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

Parte II. Respuesta Libre

16. (12 puntos) Suponga que G y G' son funciones diferenciables tales que,

$$G''(x) = 84x^2 + 36x, \quad G'(1) = 51 \quad \text{y} \quad G(1) = 22.$$

Encuentre $f(x)$.

17. (a) (6 puntos) Evalúe $\frac{d}{dx} \left[\int_1^{5x+1} \sqrt{t^2 + 1} dt \right]$.

(b) (5 puntos) Suponga que $f(x)$ es continua para todo $x \in \mathbb{R}$ y que

$$\int_1^x f(t) dt = 10x^2 - 11x + 12.$$

Evalúe $f(5)$.

18. (6 puntos) Suponga que $f(x)$ es continua para todo $x \in \mathbb{R}$ y que $\int_{10}^{15} f(x) dx = 35$. Evalúe $\int_2^3 f(5x) dx$.

19. (12 puntos) Sea Ω la región acotada por las gráficas de

$$y = 4x + 2 \quad x = 0 \quad \text{y} \quad y = 14.$$

Encuentre el volumen del sólido que se obtiene al girar la región Ω alrededor del eje de x .

20. (a) (6 puntos) Evalúe

$$\int \frac{2x^3 + 1}{x^2} dx.$$

(b) (6 puntos) Evalúe

$$\int \sqrt{10x + 8} dx.$$

21. (a) (6 puntos) Evalúe

$$\int 10xe^{x^2+1} dx.$$

(b) (6 puntos) Evalúe

$$\int \frac{x^2}{2x^3 + 1} dx.$$