



Nombre:

No. de estudiante: \_\_\_\_\_ Profesor: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

## Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (15 problemas) y otra de respuesta libre (6 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
2. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
3. NO SE PERMITE EL USO DE CELULARES.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (IPADS, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUMPIR A SUS COMPAÑEROS.

Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	9	
3	9	
4	9	
5	9	
6	9	
7	23	
8	22	
9	20	
Total:	110	

## Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) Encuentre la pendiente de la curva dada por la relación  $xy^4 = 160$  en el punto  $(10, 2)$ .

- A.  $+\frac{1}{20}$
- B.  $-\frac{1}{20}$
- C.  $+16$
- D.  $-16$
- E. Todas las anteriores.
- F. Ninguna de las anteriores.

---

2. (3 puntos) La posición de un objeto moviéndose sobre una recta está dada por  $s(t) = t^2 - 50t + 35$ , donde  $s$  está dado en metros y  $t$  está dado en segundos. ¿Cuándo, si alguna vez, durante el intervalo de tiempo  $0 \leq t \leq 40$  el objeto cambia de dirección?

- A.  $t = 5$  seg.
- B.  $t = 10$  seg.
- C.  $t = 15$  seg.
- D.  $t = 25$  seg.
- E. Nunca cambia de dirección.
- F. Ninguna de las anteriores.

---

3. (3 puntos) Dado que  $f(x) = 3x^2 + 2x - 10$  y que  $x_0 = 0$ . Utilice el método de Newton para aproximar las raíces de  $f(x) = 0$  hasta encontrar el segundo estimado  $x_2$ .

- A.  $x_2 = \frac{105}{32}$
- B.  $x_2 = \frac{85}{32}$
- C.  $x_2 = \frac{75}{32}$
- D.  $x_2 = \frac{55}{28}$
- E. Todas las anteriores.
- F. Ninguna de las anteriores.

4. (3 puntos) Dada la función  $f(x) = 4x + \frac{20}{x}$  definida en el intervalo  $[1, 10]$ . Encuentre todos los valores  $c$  en el intervalo  $(1, 10)$  tales que

$$f'(c) = \frac{f(10) - f(1)}{10 - 1}.$$

- A.  $c = +\sqrt{5}$                       C.  $c = +\sqrt{10}$                       E. Todas las anteriores.  
B.  $c = -\sqrt{5}$                       D.  $c = -\sqrt{10}$                       F. Ninguna de las anteriores.

- 
5. (3 puntos) Considere la función  $g(x) = x^2 - 12x + 30$  definida en el intervalo  $[-1, 7]$ . Encuentre, si alguno, los máximos y mínimos absolutos de  $g$  en el intervalo dado.

- A. el máximo absoluto es 43 en  $x = -1$ ; el mínimo absoluto es  $-5$  en  $x = 7$   
B. el máximo absoluto es 43 en  $x = -1$ ; el mínimo absoluto es  $-6$  en  $x = 6$   
C. el máximo absoluto es 30 en  $x = 0$ ; el mínimo absoluto es  $-5$  en  $x = 7$   
D. el máximo absoluto es 30 en  $x = 0$ ; el mínimo absoluto es  $-10$  en  $x = 3$   
E. Todas las anteriores.  
F. Ninguna de las anteriores.

- 
6. (3 puntos) Encuentre  $y'$  dado que  $y = \ln(x^2 + 100)$ .

- A.  $y' = \frac{1}{x} \cdot 2x$                       D.  $y' = \frac{2x}{x^2+100}$   
B.  $y' = (x^2 + 100)^2$                       E. Todas las anteriores.  
C.  $y' = \frac{1}{x^2+100}$                       F. Ninguna de las anteriores.

7. (3 puntos) Encuentre, en la forma  $y = mx + b$ , la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $y = 3x^2 + 2x - 10$ , en el punto  $(1, -5)$ .

A.  $y = -8x + 3$

B.  $y = 8x - 13$

C.  $y = 6x - 11$

D.  $y = -6x + 1$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

8. (3 puntos) La derivada de cierta función  $f(x)$  es  $f'(x) = (x + 1)(x - 3)(x - 5)$ . Encuentre los valores de  $x$  en donde la función  $f(x)$  alcanza valores máximos locales.

A.  $x = 3$

B.  $x = 5$

C.  $x = -1$

D.  $x = -1, 5$

E.  $x = -1, 3, 5$

F. Ninguna de las anteriores.

---

9. (3 puntos) El producto de dos números reales no-negativos es 360. ¿Cuáles son esos dos números si la suma del triple de uno de ellos con el doble del otro es mínima?

A. Los números son: 10, 36

B. Los números son:  $5\sqrt{12}, 6\sqrt{12}$

C. Los números son:  $4\sqrt{15}, 6\sqrt{15}$

D. Los números son:  $4\sqrt{18}, 5\sqrt{18}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

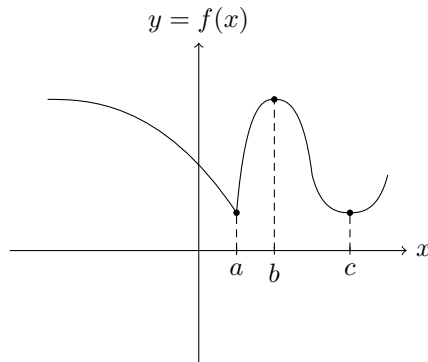
10. (3 puntos) Encuentre  $\frac{dr}{d\theta}$  dado que  $r = 10 \tan(3\theta) + \theta$ .

- A.  $\frac{dr}{d\theta} = 10 \sec^2(3\theta)$       C.  $\frac{dr}{d\theta} = 30 \sec^2(3\theta)$       E. Todas las anteriores.  
 B.  $\frac{dr}{d\theta} = 10 \sec^2(3\theta) + 1$       D.  $\frac{dr}{d\theta} = 30 \sec^2(3\theta) + 1$       F. Ninguna de las anteriores.

11. (3 puntos) La función  $s(t) = 5t^2 - 15t + 35$  definida en el intervalo  $0 \leq t \leq 5$ , nos da la posición de un objeto moviéndose horizontalmente, donde  $s$  está dado en metros y  $t$  está dado en segundos. Encuentre la velocidad  $v(t)$  y la aceleración  $a(t)$  instantáneas del objeto cuando  $t = 3$ .

- A.  $v(3) = 10$  m/seg;  $a(3) = 15$  m/seg<sup>2</sup>      D.  $v(3) = -15$  m/seg;  $a(3) = -32$  m/seg<sup>2</sup>  
 B.  $v(3) = 15$  m/seg;  $a(3) = 10$  m/seg<sup>2</sup>      E. Todas las anteriores.  
 C.  $v(3) = -15$  m/seg;  $a(3) = 10$  m/seg<sup>2</sup>      F. Ninguna de las anteriores.

12. (3 puntos) Encuentre la tabla que mejor describe la gráfica a continuación.



A.

$x$	$f'(x)$
$a$	no existe
$b$	0
$c$	no existe

C.

$x$	$f'(x)$
$a$	no existe
$b$	0
$c$	0

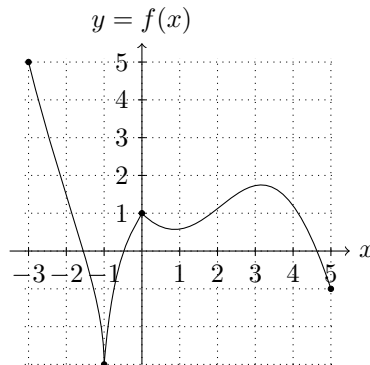
B.

$x$	$f'(x)$
$a$	0
$b$	no existe
$c$	0

D.

$x$	$f'(x)$
$a$	no existe
$b$	no existe
$c$	0

13. (3 puntos) Considere la siguiente gráfica de  $y = f(x)$ , donde  $-3 \leq x \leq 5$ . Indique los valores de  $x$  en donde la función alcanza un mínimo absoluto, si alguno.



- A.  $x = -3$  D.  $x = +5$   
 B.  $x = -1$  E. Todas las anteriores.  
 C.  $x = 0$  F. No hay mínimo absoluto.

14. (3 puntos) Suponga que  $f, g$  son diferenciables para todo número real, que  $f(7) = 2$ ;  $f'(7) = 5$  y que  $g(10) = 7$ ;  $g'(10) = 9$ . Encuentre  $(f \circ g)'(10)$ .

- A. 18 D. 63  
 B. 35 E. Todas las anteriores.  
 C. 45 F. Ninguna de las anteriores.

15. (3 puntos) Utilice la técnica de diferenciación implícita para encontrar  $\frac{dy}{dx}$  dado que  $x^4 y^3 + y = 10x$ .

- A.  $\frac{dy}{dx} = \sqrt[3]{\frac{10x-y}{x^4}}$   
 B.  $\frac{dy}{dx} = \frac{10}{4x^3+1}$   
 C.  $\frac{dy}{dx} = \frac{10-4x^3 y^3}{3x^4 y^2}$   
 D.  $\frac{dy}{dx} = \frac{10-4x^3 y^3}{3x^4 y^2+1}$

- E. Todas las anteriores.  
 F. Ninguna de las anteriores.

## Parte II. Respuesta Libre

16. (a) (6 puntos) Simplifique,  $\frac{d}{dx} [e^{100x^2+5}]$ .

(b) (6 puntos) Simplifique,  $\frac{d}{dx} [\cos(10x^3 + 2x)]$ .

**Solution:** The answer to question 6.

17. (a) (3 puntos) Enuncie el teorema de la Media.

**Teorema 1** (de la Media).

(b) (8 puntos) Considere la función  $f(x) = 4x^2 + 5x + 11$  definida sobre el intervalo  $[1, 11]$ . Encuentre todos los valores  $c$  en  $(1, 11)$  que satisfacen la conclusión del teorema de la Media.

**Solution:** The answer to question 1.

18. Considere la función  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 6$ .

(a) (6 puntos) Determine los intervalos donde  $f$  es creciente.

(b) (6 puntos) Determine los intervalos donde la gráfica de  $f$  es cóncava hacia abajo.

(c) (4 puntos) Determine los máximos y mínimos locales de  $f$ .

(d) (6 puntos) Haga un dibujo de la gráfica de  $f$ .

**Solution:** The answer to question 3.



19. (10 puntos) Un agricultor tiene 1250m de tela metálica para cercar una región rectangular adyacente a un río. (No necesita cerrar el lado que da a la orilla del río.) Halle las dimensiones del rectángulo de área máxima. Explique.

**Solution:** The answer to question 5.

20. (10 puntos) Una bicicleta roja, que se encuentra a 12 millas al este de una intersección, se acerca a la intersección a razón de 9 millas por hora (m.p.h.). En ese mismo instante, una bicicleta azul, que está a 5 millas al sur de la intersección, se aleja de la intersección a razón de 10 m.p.h. ¿Cuál es la tasa de cambio de la distancia entre las bicicletas en ese momento? ¿está creciendo o decreciendo la distancia entre las bicicletas en ese momento? Explique.

**Solution:** The answer to question 6.