



Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

MaTE
3151

Primer Examen

4 de octubre de 2019

Nombre:

No. de estudiante: _____ Profesor: _____ Sección: _____

Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (15 problemas) y otra de respuesta libre (6 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
2. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
3. NO SE PERMITE EL USO DE CELULARES.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (IPADS, TABLETAS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUMPIR A SUS COMPAÑEROS.

Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	9	
3	12	
4	12	
5	12	
6	19	
7	24	
9	22	
Total:	110	

Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\text{sen}(11x)}{7x} \right)$.

A. $L = +\frac{11}{7}$

B. $L = -\frac{11}{7}$

C. $L = +\frac{2}{7\pi}$

D. $L = -\frac{2}{7\pi}$

E. El límite no existe.

F. Ninguna de las anteriores.

2. (3 puntos) Considere la función $f(x) = 3x + 1$ definida sobre el intervalo $I = [10, 20]$. Encuentre la tasa promedio de cambio, con respecto a x , de la función $y = f(x)$ sobre el intervalo I .

A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = +3$

B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -3$

C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = +\frac{61}{10}$

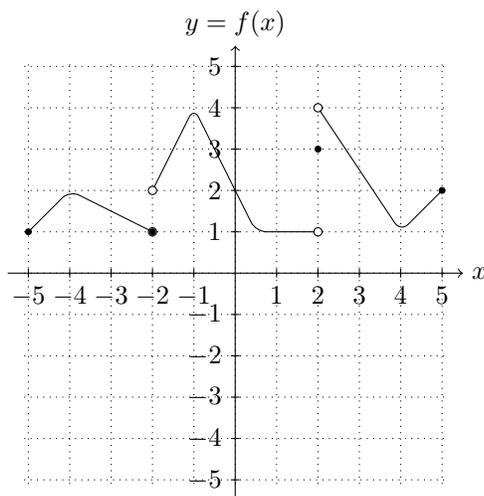
D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{61}{10}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

3. (3 puntos) Considere la siguiente gráfica de $y = f(x)$. Evalúe, si existen, los siguientes límites:

$$L = \lim_{x \rightarrow +2^-} (f(x)) \quad M = \lim_{x \rightarrow +2^+} (f(x)).$$



A. $L = 1$; $M = 2$

B. $L = 2$; $M = -2$

C. $L = 2$; $M = \text{no existe}$

D. $L = 1$; $M = 4$

E. $L = 1$; $M = 3$

F. $L = 2$; $M = 4$

4. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow 5^-} \left(\frac{x^2}{25 - x^2} \right)$.

A. $L = +\infty$

B. $L = -\infty$

C. $L = -1$

D. $L = +\frac{1}{25}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

5. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{\frac{3}{x} - \frac{3}{5}}{x - 5} \right)$.

A. $L = -\frac{3}{5}$

B. $L = +\frac{3}{5}$

C. $L = -\frac{3}{25}$

D. $L = +\frac{3}{25}$

E. El límite no existe.

F. Ninguna de las anteriores.

6. (3 puntos) Dado que $\lim_{x \rightarrow 4} (f(x))$ existe, que $\lim_{x \rightarrow 4} (g(x))$ existe, que $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{f(x)}{x} \right) = 10$ y $\lim_{x \rightarrow 4} (xg(x)) = 8$. Evalúe, si existe, el siguiente límite:

$$L = \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{2f(x) - g(x)}{2} \right).$$

A. $L = 10$

B. $L = 12$

C. $L = 39$

D. $L = 78$

E. El límite no existe.

F. Ninguna de las anteriores.

7. (3 puntos) Considere la función $f(x) = \begin{cases} 6x + 10 & \text{si } x < 5 \\ x^2 + M & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$. ¿Qué valor debe ser M para que f sea continua en $x = 5$?

A. $M = -15$

B. $M = +15$

C. $M = -25$

D. $M = +25$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

8. (3 puntos) Dado que, $y = \frac{10}{x} + \frac{x}{10}$. Encuentre y' .

A. $y' = -\frac{10}{x^2} + \frac{1}{10}$

B. $y' = \frac{10}{x^2} + \frac{1}{10}$

C. $y' = -\frac{10}{x^2} + \frac{x}{10}$

D. $y' = \frac{10}{1} + \frac{1}{10}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

9. (3 puntos) Dado que, $y = (x^4 + 3) \cdot (3x^5 - 1)$. Encuentre y' .

A. $y' = 27x^8 + 45x^4 + 4x^3$

B. $y' = 27x^8 + 45x^4 - 4x^3$

C. $y' = (4x^3) \cdot (15x^4)$

D. $y' = 3x^9 + 9x^5 - x^4 - 3$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

10. (3 puntos) Dado que x satisface la desigualdad $|x-10| < 1$, encuentre M y N tales que $M < 3x-1 < N$.

A. $M = 9$ y $N = 11$

B. $M = 26$ y $N = 32$

C. $M = 27$ y $N = 33$

D. $M = 28$ y $N = 34$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

11. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\text{sen}(11x)}{7x} \right)$.

A. $L = +\frac{11}{7}$

B. $L = -\frac{11}{7}$

C. $L = +\frac{2}{7\pi}$

D. $L = -\frac{2}{7\pi}$

E. El límite no existe.

F. Ninguna de las anteriores.

12. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(11x) + 10}{1 + \cos(5x)} \right)$.

- A. $L = +\frac{11}{5}$
- B. $L = -\frac{11}{5}$
- C. $L = +10$
- D. $L = +5$
- E. El límite no existe.
- F. Ninguna de las anteriores.

13. (3 puntos) La pendiente de la curva $f(x) = \sqrt{x}$ en el punto $P(7, \sqrt{7})$ está dada por el límite:

$$m = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{7+h} - \sqrt{7}}{h} \right).$$

Evalúe m .

- A. $m = +\frac{1}{\sqrt{7+h}+\sqrt{7}}$
- B. $m = -\frac{1}{\sqrt{7+h}+\sqrt{7}}$
- C. $m = +\frac{1}{2\sqrt{7}}$
- D. $m = -\frac{1}{2\sqrt{7}}$
- E. m no existe.
- F. Ninguna de las anteriores.

14. (3 puntos) Encuentre, en la forma $y = mx + b$, la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $y = x^3 + 5x^2$, en el punto $(2, 28)$.

- A. $y = 32x - 36$
- B. $y = 32x + 36$
- C. $y = 16x - 4$
- D. $y = -32x + 92$
- E. Todas las anteriores.
- F. Ninguna de las anteriores.

15. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow 2} ((3x^2 + 1)(x + 7))$.

- A. $L = 3x^3 + 21x^2 + x + 7$
- B. $L = 9$
- C. $L = 13$
- D. $L = 117$
- E. El límite no existe.
- F. Ninguna de las anteriores.

Parte II. Respuesta Libre

16. Complete cada una de las siguientes definiciones en la caja provista.

- (a) (5 puntos) Enuncie el teorema del valor intermedio.

Teorema 1 (Valor intermedio).

- (b) (5 puntos) Enuncie el teorema del Sandwich.

Teorema 2 (Sandwich).

Solution: The answer to question 1.

17. (9 puntos) Considere la función $F(x) = x + 10 \cos(x)$. Utilice el teorema del valor intermedio, con un intervalo apropiado $[a, b]$ para demostrar que existe un valor c tal que $F(c) = 15$. Indique claramente el intervalo que utilizó. Explique.

Solution: The answer to question 3.

18. Considere la función $f(x) = \frac{2x^2 - 18}{5x^2 - 14x - 3}$.

- (a) (6 puntos) Encuentre las asíntotas verticales de la gráfica de $y = f(x)$. Explique.
- (b) (6 puntos) Encuentre las asíntotas horizontales de la gráfica de $y = f(x)$. Explique.

Solution: The answer to question 3.

19. (a) (6 puntos) Evalúe, $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(x^2 + 2) \operatorname{sen}(6x)}{15x} \right)$.
- (b) (6 puntos) Evalúe, $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x - 1}{\sqrt{2x + 14} - 4} \right)$.

Solution: The answer to question 6.

20. (10 puntos) Utilizando la definición de la derivada, encuentre $f'(2)$, para la función $f(x) = \frac{1}{7x-9}$.

Solution: The answer to question 5.

21. (a) (6 puntos) Simplifique,

$$\frac{d}{dx} \left[100\sqrt{x} + 3x^4 - \frac{5}{x^4} \right].$$

(b) (6 puntos) Simplifique,

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{x \cos(x)}{x^2 + 5} \right].$$

Solution: The answer to question 6.