Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

MATE 3151

Tercer Examen

14 de noviembre de 2012

Nombre:

No. de estudiante: ____________ Profesor: ____________ Sección: ________

Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (12 problemas) y otra de respuesta libre (6 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
2. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
3. NO SE PERMITE EL USO DE CELULARES.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (IPADS, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUMPIR A SUS COMPAÑEROS.

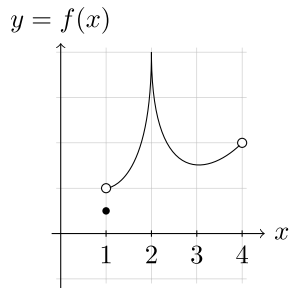
Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	6	
3	9	
4	6	
5	15	
6	24	
7	24	
8	24	
Total:	108	

Parte I. Selección Múltiple

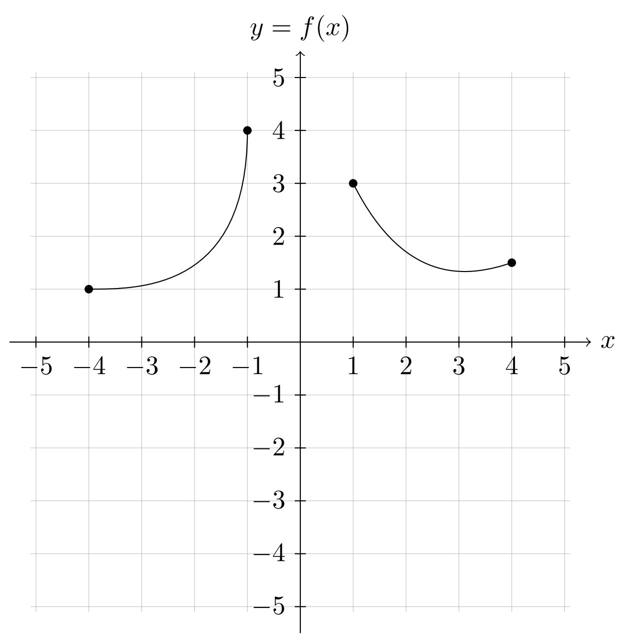
1. (3 puntos) Considere la función $f(x)$ definida en el intervalo $[1, 4)$ ilustrada en la figura. Determine, según la gráfica, si la función tiene valores extremos absolutos.



   A. f no tiene valores extremos absolutos.
   B. f tiene un máximo absoluto solamente.
   C. f tiene un mínimo absoluto solamente.
   D. f tiene un máximo absoluto y un mínimo absoluto.

---

2. (3 puntos) Considere la siguiente gráfica de $y = f(x)$. Determine el valor de x donde la función $f(x)$ alcanza su valor máximo absoluto.



   A. $x = 4$.
   B. $x = 1$.
   C. $x = -1$.
   D. f no tiene un máximo absoluto.

3. (3 puntos) Considere la función $g(x) = 7 - 8x^2$ definida en el intervalo $[-2, 3]$. Encuentre, si alguno, los máximos y mínimos absolutos de g en el intervalo dado.

   A. el máximo absoluto es 56 en $x = 0$;   el mínimo absoluto es -25 en $x = -2$

   B. el máximo absoluto es 8 en $x = 0$;   el mínimo absoluto es -79 en $x = 3$

   C. el máximo absoluto es 14 en $x = 0$;   el mínimo absoluto es -25 en $x = 3$

   D. el máximo absoluto es 7 en $x = 0$;   el mínimo absoluto es -65 en $x = 3$

   E. Todas las anteriores.

   F. Ninguna de las anteriores.

---

4. (3 puntos) Determine todos los puntos críticos de la función $f(x) = (x-3)^2(x+5)$.

   A. $x = 3$ y $x = -\frac{7}{3}$.

   B. $x = 7$ y $x = \frac{3}{7}$.

   C. $x = 3$ y $x = -5$.

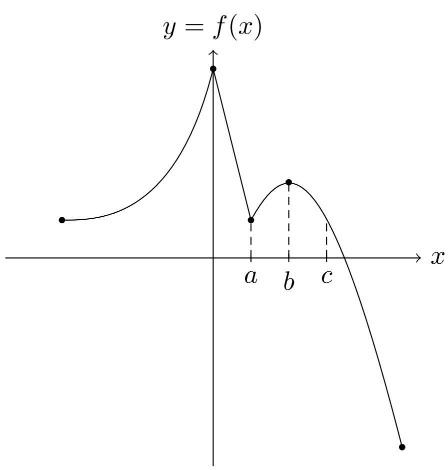
   D. $x = -3$ y $x = 5$.

   E. Todas las anteriores.

   F. Ninguna de las anteriores.

---

5. (3 puntos) Encuentre la tabla que mejor describe la gráfica a continuación.



A.

x	$f'(x)$
a	no existe
b	no existe
c	-1

C.

x	$f'(x)$
a	no existe
b	0
c	-1

B.

x	$f'(x)$
a	0
b	0
c	-1

D.

x	$f'(x)$
a	no existe
b	0
c	1

6. (3 puntos) Dada la función $f(x) = x^2 + 2x + 2$ definida en el intervalo $[-2, 1]$.
Encuentre todos los valores c en el intervalo tales que $f'(c) = \frac{f(1)-f(-2)}{1-(-2)}$.

A. $-2, 1$

B. $0, -\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$

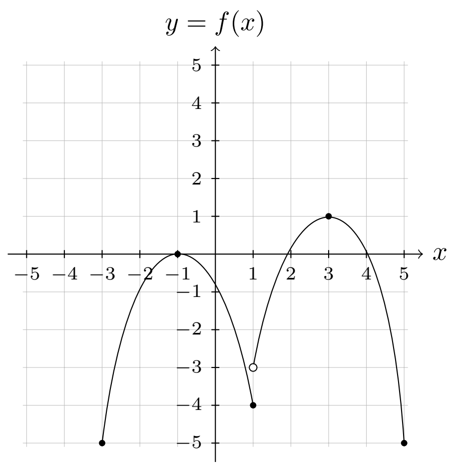
E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

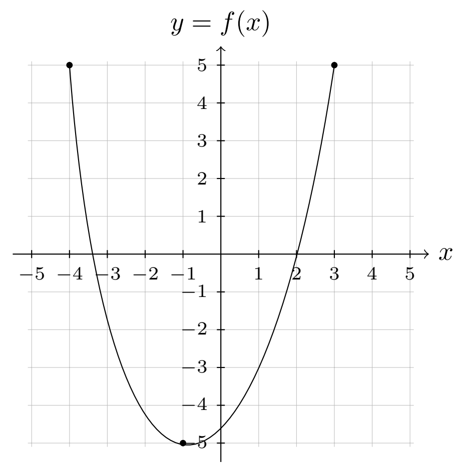
---

7. (3 puntos) Determine la gráfica de $f(x)$ según la información dada en la tabla.

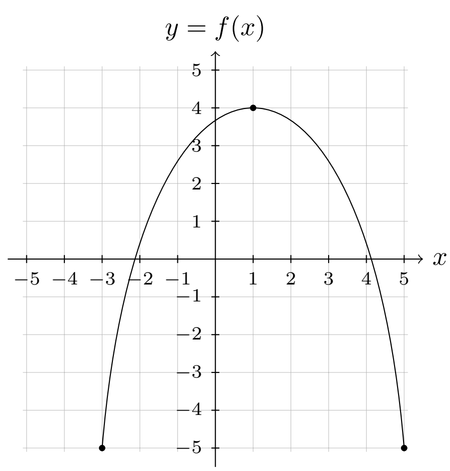
x	$f'(x)$
-1	0
1	no existe
3	0



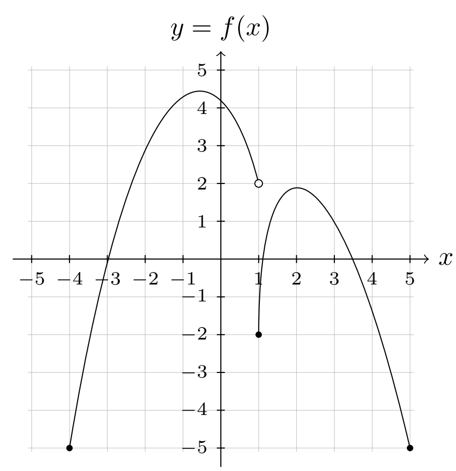
A.



C.



B.



D.

8. (3 puntos) Determine la función $f(x)$ cuya derivada es $f'(x) = \frac{1}{x^2} + 2x$ y cuya gráfica pasa por el punto $P = (-5, 5)$.

A. $f(x) = \dfrac{1}{x} + x^2 - \dfrac{101}{5}$

B. $f(x) = -\dfrac{1}{x} + x^2 - \dfrac{101}{5}$

C. $f(x) = \dfrac{1}{x} + x^2 + \dfrac{101}{5}$

D. $f(x) = -\dfrac{1}{x} - x^2 - \dfrac{101}{5}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

9. (3 puntos) Considere la función $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x - 1$ definida sobre todos los números reales. Encuentre, si alguno, los valores de x donde f alcanza máximos y/o mínimos locales.

A. el máximo local se alcanza en $x = -3$; el mínimo local se alcanza en $x = -1$

B. el máximo local se alcanza en $x = 3$; el mínimo local se alcanza en $x = 1$

C. el máximo local se alcanza en $x = -1$; el mínimo local se alcanza en $x = -3$

D. el máximo local se alcanza en $x = 1$; el mínimo local se alcanza en $x = 3$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

10. (3 puntos) Encuentre una antiderivada para la función $f(x) = 27x^2 - 8x - 8$.

A. $10x^3 - 4x^2 - 8x$

B. $9x^3 - 4x^2 - 7x$

C. $9x^3 - 3x^2 - 8x$

D. $9x^3 - 4x^2 - 8x$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

11. (3 puntos) Dado que $\dfrac{dy}{dx} = 2x^{-3/4}$ y que $y(1) = 10$. Encuentre $y(x)$.

A. $y(x) = 8x^{1/4} + 2$

B. $y(x) = 8x^{1/4} + 80$

C. $y(x) = -\dfrac{3}{4}x^{-7/4} + \dfrac{1}{2}$

D. $y(x) = 2x^{1/4} + 8$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

12. (3 puntos) Evalúe la integral $\displaystyle\int \left(7x^3 - 10x + 5\right)\, dx$.

A. $21x^4 - 20x^2 + 5x + C$

B. $21x^2 - 10 + C$

C. $7x^4 - 10x^2 + 5x + C$

D. $\frac{7}{4}x^4 - 5x^2 + 5x + C$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

Parte II. Respuesta Libre

13. (12 puntos) Dado que $f(x) = x^4 - 4x + 2$ y que $x_0 = 0$. Utilice el método de Newton para aproximar las raíces de $f(x) = 0$ hasta encontrar x_1 y x_2.

14. (Problema de Avalúo.) Considere la función $f(x) = \sqrt{1+x}$ definida sobre el intervalo $[0, b]$.
    (a) (4 puntos) Enuncie la conclusión del teorema de la Media para este caso en particular.

    (b) (8 puntos) Todos sabemos que $\sqrt{1+c} \geq 1$, para todo número real c en el intervalo $[0, b]$. Esto implica que $\dfrac{1}{\sqrt{1+c}} \leq 1$. Utilice este hecho y la parte (a) para establecer que

$$\sqrt{1+b} \leq 1 + \frac{1}{2} \cdot b.$$

15. (12 puntos) La suma de un primer número real con el cuadrado de un segundo número real es 27. ¿Cuál es el producto máximo de todos los pares de números reales no negativos que satisfagan esta condición?

16. (a) (6 puntos) Evalúe $\displaystyle\int \left(\frac{\sqrt{x}}{5} + \frac{5}{\sqrt{x}} \right) \, dx.$

(b) (6 puntos) Evalúe $\displaystyle\int (11\cos(x) + \operatorname{sen}(12x)) \, dx.$

17. (12 puntos) Considere la función $f(x) = \dfrac{-4x^2 - 6}{x^2 - 9}$ y sus primeras dos derivadas $f'(x) = \dfrac{84x}{(x^2-9)^2}$ y $f''(x) = \dfrac{-252(x^2+3)}{(x^2-9)^3}$. Determine los intervalos donde f es creciente y los intervalos donde la gráfica de f es cóncava hacia arriba.

18. (12 puntos) Indique las asíntotas de la función $f(x)$ del problema anterior y haga la gráfica de $y = f(x)$.