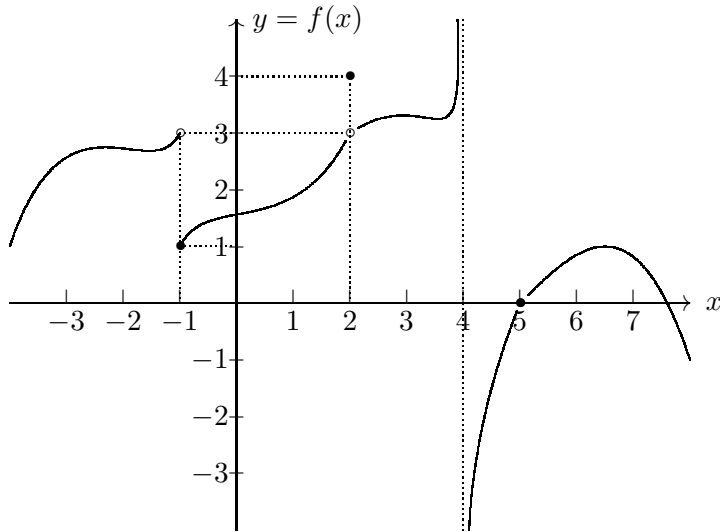




Apellidos: \_\_\_\_\_ Nombre: \_\_\_\_\_  
No. de estudiante: \_\_\_\_\_ Profesor: \_\_\_\_\_  
MATE 3151 Examen-I: 18 de junio de 2002 # de sección: \_\_\_\_\_

Para obtener crédito muestre todo su trabajo. Explique claramente su contestación.

1. Para la función  $f$  ilustrada en la figura, encuentre (si existe):



- (a) (1 punto)  $f(-1) =$  \_\_\_\_\_.
- (b) (1 punto)  $f(2) =$  \_\_\_\_\_.
- (c) (1 punto)  $f(4) =$  \_\_\_\_\_.
- (d) (1 punto)  $f(5) =$  \_\_\_\_\_.
- (e) (2 puntos)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} [f(x)] =$  \_\_\_\_\_.
- (f) (2 puntos)  $\lim_{x \rightarrow -1} [f(x)] =$  \_\_\_\_\_.
- (g) (2 puntos)  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] =$  \_\_\_\_\_.
- (h) (2 puntos) ¿ es  $f$  continua en  $x = 2$ ? Explique.
- (i) (2 puntos) ¿ es  $f$  continua en  $x = 5$ ? Explique.

2. (24 puntos) Encuentre (si existe) cada uno de los siguientes límites. En cualquier caso muestre su trabajo o explique.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 3} \left[ \frac{2x^2 - 11x + 15}{x^2 + x - 12} \right] =$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 4} \left[ \frac{\frac{5}{x} - \frac{5}{4}}{x - 4} \right] =$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{7x}{\text{sen}(2x)} \right] =$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\text{sen}^2(6x)}{11x^2} \right] =$$

3. (12 puntos) Considere la función  $f(x) = x^2 - 6x + 5$ . Todos sabemos que  $\lim_{x \rightarrow 10} f(x) = 45$ . Dado  $\epsilon > 0$ , encuentre un  $\delta > 0$  apropiado, tal que, si  $0 < |x - 10| < \delta$ , entonces  $|f(x) - 45| < \epsilon$ .

4. (12 puntos) Encuentre los valores de  $A$  y  $B$  que hacen que la función

$$f(x) = \begin{cases} Ax + B, & \text{para } x \leq 2 \\ 5x + 3, & \text{para } 2 < x < 3 \\ Bx - A, & \text{para } x \geq 3 \end{cases}$$

sea continua para toda  $x$ .

$A =$
$B =$

5. Considere la función  $f(x) = \frac{7}{3x+1}$  :

- (a) (10 puntos) Evalúe  $f'(3)$ , utilizando la definición de derivada.  
( **Nota.** No se dará crédito si utiliza otro método.)

- (b) (4 puntos) Escriba la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = f(x)$  en el punto  $(3, f(3))$ . ( **Nota.** Dé su contestación en la forma  $y = mx + b$ .)

$y =$

6. (12 puntos)

(a) Enuncie el teorema del valor intermedio.

(b) Utilice el teorema del valor intermedio para verificar que la ecuación

$$5x^2 - 13x + 20 = 300$$

tiene solución en el intervalo  $[1, 10]$ . Explique.

7. (12 puntos) Considere las funciones  $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{para } x \in \mathbb{Q} \\ 0, & \text{para } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$  y  $g(x) = \begin{cases} 0, & \text{para } x \in \mathbb{Q} \\ 1, & \text{para } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ .

(a) Encuentre  $(f + g)(x)$  y  $(f \cdot g)(x)$ .

(b) Encuentre  $\lim_{x \rightarrow 3} (f + g)(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow 3} (f \cdot g)(x)$ .

(c) Explique por qué  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  no existe.